Exercice 1

Pour chacune des fonctions f suivantes et pour chacune des valeurs de a données.

1) Calculer $f(a)$
2) Calculer $f(a+h)$
3) Calculer $T_a(f) = \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$
4) Déterminer $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$
5) En déduire la valeur du nombre dérivée $f'(a)$ de f en a

$f(x) = x^2 + 1 \quad a = -1, \qquad f(x) = -\dfrac{3}{x} \quad a = 2, \qquad f(x) = \dfrac{1}{x+1} \quad a = 1$

$f(x) = \dfrac{1}{x^2} \quad a = -1, \qquad f(x) = x^2 - 2x + 1 \quad a = 4, \qquad f(x) = \sqrt{1 - 2x} \quad a = -2$

Exercice 2

On considère les fonctions f et g, définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 + 2x \text{ et } g(x) = -2x^2 + 4x + 1$$

1) Donner les tableaux de variations de f et de g.
2) Dans un repère orthonormé unité 1 cm tracer la courbe $(\mathcal{C})$ représentative de f.
3) Par lecture graphique, donner les équations des tangentes à $(\mathcal{C})$ aux points d'abscisses -1 et 1
4) Montrer que les courbes $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ représentant f et g se coupent en deux points A et B, dont le premier A a une abscisse positive notée α.
   Déterminer l'ordonnée de A.
5) Déterminer le nombre dérivée de g en α ainsi que l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}')$ au point d'abscisse α.
6) Tracer $(\mathcal{C}')$ dans le même repère que $(\mathcal{C})$.

Exercice 3

Soient A, B, C trois points non alignés.

1) Construire les points D et E tels que :

$$\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AC}$$

2) Prouver que les droites (ED) et (BC) sont parallèles.
3) Soit I le milieu de $[DE]$ et A' le milieu de $[BC]$.
   Prouver que A, A' et$I$ sont alignés.